



## بهینه سازی مسائل چند پاسخی در بردارنده پاسخ‌های کیفی با در نظر گرفتن مکان و پراکندگی پاسخ‌ها

آرش ربانی<sup>۱</sup>  
رسول نورالسنا<sup>۲</sup>

### چکیده

بسیاری از آزمایشات طراحی شده نیازمند بهینه‌سازی همزمان چند پاسخ می‌باشند. پس از تعیین متغیرهای تأثیرگذار بر متغیر پاسخ و ارائه مدل‌های پیش‌بینی پاسخ (مدل‌های مختلف رگرسیون)، بحث بهینه‌سازی متغیر پاسخ مطرح می‌گردد، به گونه‌ای که تغییرات در متغیر پاسخ کم و مقدار آن به مقدار اسمی خود نزدیک باشد. در بسیاری از موارد، پاسخ‌های مسئله به صورت کیفی می‌باشند و بایستی در قالب واژگان زبانی تعریف گردند. در این مطالعه سعی شده تا با استفاده از مفاهیم مجموعه‌های فازی، راهکاری برای تعامل پاسخ‌های کمی با پاسخ‌های کیفی با در نظر گرفتن هر دو تأثیر مکان و پراکندگی مشاهدات (پاسخ‌ها) ارائه گردد.

### واژه‌های کلیدی:

مسائل چند پاسخی، تابع مطلوبیت، الگوریتم ممیتیک، متغیرهای پاسخ کیفی، مجموعه‌های فازی

<sup>۱</sup> - عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج [arashrabbani@yahoo.com](mailto:arashrabbani@yahoo.com)

<sup>۲</sup> - استاد دانشکده مهندسی صنایع؛ دانشگاه علم و صنعت ایران [rassoul@iust.ac.ir](mailto:rassoul@iust.ac.ir)

## ۱. مقدمه

طراحی آزمایش‌ها ( $DOE^3$ ) مجموعه‌ای از آزمایش‌هاست که با هدف ایجاد تغییرات هدفمند در متغیرهای ورودی یک فرآیند به منظور بررسی تأثیرات ناشی از آنها بر روی متغیر خروجی (پاسخ) فرآیند، صورت می‌گیرد. پس از شناسایی اثرات تأثیر گذار معنادار بر متغیر پاسخ و ارائه مدل‌های پیش بینی پاسخ (مدل‌های مختلف رگرسیون) بحث بهینه‌سازی متغیر پاسخ مطرح می‌گردد به گونه‌ای که تغییرات در متغیر پاسخ کم و مقدار متغیر پاسخ نزدیک به مقدار اسمی خود باشد. برای این منظور، متدولوژی سطح پاسخ ( $RSM^4$ ) معرفی گردید که شامل مجموعه‌ای از تکنیک‌های ریاضی و آماری است که به آزمایشگر کمک می‌کند تا متغیرهای ورودی را به گونه‌ای تعیین نماید که پاسخ فرآیند، بهینه گردد. بسیاری از تلاش‌هایی که در متدولوژی سطح پاسخ انجام شده، بر مسائلی تأکید داشته‌اند که در آنها بهینه نمودن تنها یک پاسخ مدنظر بوده است. و معمولاً  $RSM$  هنگامی که بهینه‌سازی یک پاسخ مورد نظر باشد، خوب عمل می‌کند. هر چند این متدولوژی حتی زمانی که هدف، بهینه‌سازی مسأله‌ای با چندین متغیر پاسخ باشد، کاربرد دارد. در بسیاری از مسائل سطح پاسخ مانند فرآیندهای شیمیایی، مسأله شامل بررسی و بهینه نمودن همزمان چندین متغیر پاسخ می‌باشد. در این گونه مسائل هدف یافتن سطوحی از متغیرهای ورودی است که به ازای آنها، به طور همزمان تمامی پاسخ‌ها بهینه گردند. البته راه حل بهینه در اکثر مواقع به علت تعارضات موجود در بین اهداف وجود نخواهد داشت. عبارت دیگر نمی‌توان مجموعه‌ای از متغیرهای ورودی را یافت به نحوی که تمامی پاسخ‌ها به ازای آنها بهینه گردند. لیکن در این گونه موارد سعی می‌شود متغیرهای ورودی به گونه‌ای تعیین شوند که حداقل پاسخ‌ها در حد قابل قبولی قرار گیرند [۱]. به طور کلی تمامی مسائل چند پاسخی<sup>۵</sup> شامل سه مرحله می‌باشند [۲]، [۳].

■ جمع آوری داده‌ها (طراحی آزمایش‌ها) شامل: بیان مسأله، انتخاب عوامل و سطوح، انتخاب متغیر پاسخ، انتخاب طرح آزمایش

■ ایجاد مدل جهت بیان رابطه بین متغیرهای ورودی و متغیرهای پاسخ

■ بهینه‌سازی

علی‌رغم آنکه در مسائل واقعی نیازمند تحلیل بیش از یک متغیر پاسخ هستیم، بسیاری تلاش‌های صورت گرفته در متدولوژی سطح پاسخ، بر بهینه‌سازی مسائل تک پاسخی تأکید دارند و به نسبت، تعداد کمتری از بررسی‌های انجام گرفته، در زمینه حل مسائل آماری چند پاسخی می‌باشند.

بهینه‌سازی در فرآیندهای چند پاسخی بر خلاف فرآیندهای تک پاسخی<sup>۶</sup> مشکل است چرا که تنظیم پارامترهای ورودی به گونه‌ای که تمامی متغیرهای پاسخ بهینه گردند، بسیار مشکل و در برخی حالات غیر ممکن است. در این گونه مسائل هدف، یافتن نقطه‌ای است که به ازای آن تمامی پاسخ‌ها تا حد امکان به مقدار بهینه خود نزدیک گردند. به طور کلی تلاش‌هایی که در زمینه مسائل چند پاسخی انجام گرفته را می‌توان به سه دسته تقسیم بندی نمود.

در روش اول، ابتدا برای هر کدام از متغیرهای پاسخ، مدل سطح پاسخ مناسبی ساخته می‌شود. آنگاه منحنی‌های تراز مربوط به پاسخ‌های مختلف روی هم قرار می‌گیرد و آزمایشگر با بررسی نمودار منحنی‌های تراز، نواحی عملیاتی مطلوب را شناسایی می‌کند [۲]. لیند و همکاران<sup>۷</sup> (۱۹۶۰) و مونتگمری و می<sup>۸</sup> (۲۰۰۲) از این رویکرد در بهینه‌سازی مسائل استفاده نمودند [۴]، [۵]. این روش هنگامی که تعداد متغیرهای فرآیند کم باشد (حداکثر دو)، بسیار خوب عمل می‌کند و با افزایش ابعاد مسأله (اکثر مسائل چند پاسخی چنین حالتی دارند) کارایی روش به شدت پایین می‌آید. از طرفی در این روش پس از شناسایی نواحی محدود به منحنی ترازهای تمام پاسخ‌ها، به ناحیه‌ای خواهیم رسید که در آن تمامی پاسخ‌ها ارضاء می‌شوند اما جواب بهینه را شناسایی نمی‌کند [۲].

در رویکرد دوم که هدف آن ساده‌سازی مسأله است، مهم‌ترین پاسخ شناسایی شده و از دیگر پاسخ‌ها صرف نظر می‌شود و یا به عنوان محدودیت‌های مدل در مسأله آورده می‌شوند. روش‌هایی که در این دسته قرار می‌گیرند، عموماً

<sup>6</sup>-Single Response

<sup>7</sup>-Lind et al

<sup>8</sup>-Myers & Montgomery

<sup>3</sup>-Design Of Experiments

<sup>4</sup>-Response Surface Methodology

<sup>5</sup>-Multi Response

را انتخاب و با تشکیل تابع فاصله ای که فاصله بردار پاسخ‌های به دست آمده از مدل رگرسیونی را از بردار ایده‌آل محاسبه می‌کند، سعی در بهینه سازی همزمان پاسخ‌ها با کمینه نمودن تابع فاصله ای به دست آمده دارند.[۱۱]. مونتگمری و دل کاستیلو (۱۹۹۶) تابع مطلوبیت اصلاح شده ای را ارائه نمودند که در تمامی نقاط مشتق پذیر بوده و می‌توان برای بهینه نمودن آن از روش‌های بر پایه گرادیان استفاده نمود[۱۲]. لئون<sup>۱۹</sup> (۱۹۹۶) برای بهینه نمودن همزمان فرآیندهای چند پاسخی، از رویکرد تابع هزینه استفاده نمود[۱۳]. می‌یر و وینینگ<sup>۲۰</sup> (۱۹۹۰) اولین بار برای مسائل تک پاسخی به بررسی توام میانگین و واریانس پاسخ‌ها، پرداختند[۱۴]. ایشان پس از برآزش مدل رگرسیونی برای میانگین و واریانس هر کدام از پاسخ‌ها، هر دو تأثیر مکان و پراکندگی مشاهدات را در فاز بهینه‌سازی مورد توجه قرار دادند. کیم و لین<sup>۲۱</sup> (۲۰۰۴) این رویکرد را برای مسائل چند پاسخی توسعه دادند[۱۵]. چنگ<sup>۲۲</sup> (۲۰۰۴) برای تقریب روابط بین متغیرهای ورودی و پاسخ‌ها، از یک سیستم فازی-عصبی که یک ساختار استنتاج فازی با قابلیت یادگیری شبکه‌های عصبی را دارا می‌باشد، استفاده نمود. و با استفاده از روش بیشینه سازی زیمن، سعی در حداکثر نمودن حداقل درجه تعلق هر کدام از پاسخ‌ها دارد. وی در فاز بهینه سازی از یک الگوریتم ترکیبی (ژنتیک و یک جستجوی محلی) برای حل مدل استفاده نموده است که در زمان کوتاه‌تری (نسبت به الگوریتم ژنتیک) به جواب‌های بهینه یا نزدیک بهینه می‌رسد[۱۶]. پیگناتیلیو و همکاران<sup>۲۳</sup> (۲۰۰۴) برای بهینه سازی فرآیندهای چند پاسخی از متدولوژی تابع مطلوبیت و رویکرد الگوریتم ژنتیک ( $GA^{24}$ ) استفاده نمودند. ایشان برای بهبود عملکرد در تعیین تابع مطلوبیت تغییر ایجاد و تابعی ارائه نمودند که سرعت بیشتری در یافتن جواب‌های شدنی دارد. سپس به تنظیم پارامترهای الگوریتم به نحوی که در برابر فاکتورهای پیچیدگی مسئله بهترین عملکرد را داشته باشند پرداختند[۱۷]. نیاکی و پسندیده (۲۰۰۶) نیز برای بهینه

منجر به راه حل‌های غیر واقعی می‌گردند. از طرفی ممکن است کران محدودیت‌ها به گونه ای تعریف گردد که ناحیه شدنی مسأله از بین برود. در نهایت تعیین اینکه کدام پاسخ می‌بایست در تابع هدف قرار گیرد نیز خود مشکل بزرگی است[۲]. کارتر و می‌یر<sup>۹</sup> (۱۹۷۳) برای یک مسأله دو پاسخی با تعریف ضریب لاگرانژ برای تابع دوم و مشتق‌گیری از تابع به دست آمده، به بررسی وضعیت نقطه حاصل از لحاظ بیشینه و یا کمینه نمودن تابع اولیه پرداختند[۶]. مونتگمری و دل کاستیلو<sup>۱۰</sup> (۱۹۹۳) برای حل یک مسأله دو پاسخی از روش گرادیان نزولی تعمیم یافته ( $GRG^{11}$ ) استفاده نمودند[۵]. کویلو کویلو<sup>۱۲</sup> (۲۰۰۰) نیز رویکردی که به روش محدودیت- $\epsilon$  معروف است و بر کمینه نمودن یک پاسخ و قرار دادن دیگر اهداف با تعریف سطوح قابل قبول  $\epsilon_i$ ، به عنوان کران محدودیت‌ها تأکید دارد، ارائه نمود[۷]. روش پیشنهادی بیومونت و هارتمن<sup>۱۳</sup> (۱۹۶۸) و سواين و بیلز<sup>۱۴</sup> (۱۹۸۰) نیز در این دسته قرار می‌گیرد[۸]، [۲].

در رویکرد سوم، هدف استفاده از روشی برای ترکیب پاسخ‌های مختلف و تبدیل آنها به یک پاسخ تک مقداری و سپس استفاده از یک روش عددی برای بهینه سازی تابع پاسخ ترکیبی می‌باشد.

هارینگتون<sup>۱۵</sup> (۱۹۶۵) نخستین بار برای ادغام پاسخ‌ها، از مفهوم تابع مطلوبیت<sup>۱۶</sup> استفاده نمود[۹]. از آنجایی که توابع پیشنهادی هارینگتون انعطاف پذیری کافی را نداشتند، سویچ و درینگر<sup>۱۷</sup> (۱۹۸۰)، شکل دیگری از توابع مطلوبیت را معرفی نمودند که انعطاف پذیری بیشتری نسبت به مدل قبلی داشت[۱۰]. خوری و کونلون<sup>۱۸</sup> (۱۹۸۱)، از توابع رگرسیون چند جمله ای برای بهینه سازی مسائل چند پاسخی استفاده نمودند. در این روش ایشان در مرحله نخست داده‌ها را جهت بررسی وجود وابستگی خطی بین پاسخ‌ها چک کرده، و پاسخ‌هایی را که از یکدیگر مستقلند

<sup>9</sup>-Mayer & Carter

<sup>10</sup>-Montgomery & Del Castillo

<sup>11</sup>-Generalized Reduced Gradient

<sup>12</sup>-Coello Coello

<sup>13</sup>-Hartmann & Beaumont

<sup>14</sup>-Biles & Swain

<sup>15</sup>-Harrington

<sup>16</sup>-Desirability Function

<sup>17</sup>-Derringer & Suich

<sup>18</sup>-Khuri & Conlon

<sup>19</sup>-Leon

<sup>20</sup>-Myers & Vining

<sup>21</sup>-Kim & Lin

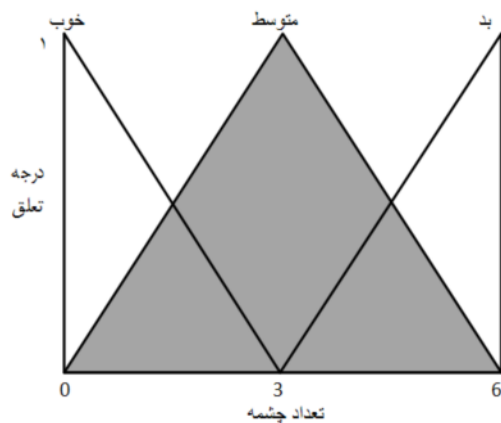
<sup>22</sup>-Cheng

<sup>23</sup>-Pignatiello et al

<sup>24</sup>-Genetic Algorithm

قطعه با توجه به تعداد چشمه های مشاهده شده در سطح آن را می توان به صورت شکل ۱ بیان نمود. لازم است در تمامی این مراحل از نظر فرد خیره بهره جست تا تعاریف دقیق و بدون نقص باشد. در این مقاله از اعداد فازی مثلثی برای تعریف پاسخها استفاده می کنیم.

### شکل ۱- معرفی یک متغیر کیفی در قالب اعداد فازی



### ۳- اعداد فازی مثلثی L-R:

یک عدد فازی مثلثی به صورت  $\tilde{M} = (l, m, n)$  نشان داده شده و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} \frac{(x-l)}{m-l} & ; l < x < m \\ \frac{(u-x)}{(u-m)} & ; m < x < u \\ 0 & ; otherwise \end{cases} \quad (1)$$

که  $l$  و  $u$  به ترتیب کران پایین و بالای عدد فازی  $\tilde{M}$  می باشند.

چنانچه  $\tilde{A}, \tilde{B}$  دو عدد مثلثی باشند بطوریکه  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$  و  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$  روابط زیر برقرار هستند:

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \quad (2)$$

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1)$$

$$k \in R^+ : k.\tilde{A} = (ka_1, ka_2, ka_3)$$

$$k \in R^- : k.\tilde{A} = (ka_3, ka_2, ka_1)$$

$$\text{Max}(\tilde{A}, \tilde{B}) = (\vee(a_1, b_1), \vee(a_2, b_2), \vee(a_3, b_3))$$

$$\text{Max}(\tilde{A}, \tilde{B}) = (\wedge(a_1, b_1), \wedge(a_2, b_2), \wedge(a_3, b_3))$$

برای محاسبه میانگین پاسخهای کمی و کیفی (فازی)، میانگین ساده  $(\frac{\tilde{A}_1 + \tilde{A}_2 + \dots + \tilde{A}_n}{n})$  و برای پراکندگی پاسخ

سازی فرآیندهای چند پاسخی از متدولوژی تابع مطلوبیت و رویکرد الگوریتم ژنتیک استفاده نمودند و براساس معیار کمترین خطا ایشان چهار روش برای حل مسأله و تعیین بهترین کروموزوم ها برای نسل های بعدی، ارائه دادند [۳].

در بسیاری از موارد، پاسخهای مسأله به صورت کیفی می باشند و بایستی در قالب واژگان زبانی تعریف گردند. همانطور که *Kim* و *Lin* (۲۰۰۶) نشان داده اند [۱۸] چنانچه پراکندگی پاسخها به سطوح فاکتورهای کنترل وابسته باشد، به کارگیری رویکردهای کلاسیک، ممکن است منجر به جوابهای نامطلوب گردند. در این مقاله رویکردی برای تعامل پاسخهای کیفی با پاسخهای کمی مدل با در نظر گرفتن تأثیر مکان و پراکندگی پاسخها، ارائه می گردد. متغیرهای پاسخ کیفی ممکن است به دو صورت بروز نمایند.

اول اینکه به دلیل شرایط محیطی و فنی موجود، نتوان اندازه گیری دقیقی از متغیرهای پاسخ ارائه نمود و از این جهت تقریبی از مقدار واقعی را ارائه کرد.

دوم نیز به این دلیل که اصولاً متغیر پاسخ مقادیر عددی را نمی پذیرد و یک متغیر زبانی است که با واژههای زبانی و مفاهیم کیفی بیان می شود.

### ۲- تعیین متغیرهای پاسخ

در انتخاب متغیر پاسخ آزمایشگر بایستی مطمئن باشد که این پاسخ اطلاعات مفیدی را در مورد فرآیند ایجاد می کند. در این مرحله بایستی پاسخها به دو دسته کمی و کیفی (فازی) تفکیک گردند. به عبارت دیگر باید مشخص گردد که چه پاسخهایی در قالب اعداد قطعی نمی گنجند و برای بیان آنها بایستی از واژگان زبانی استفاده کرد. برای تعیین پاسخهای کیفی لازم است مراحل زیر انجام شود.

- تعیین مقادیری که یک متغیر فازی در قالب واژگان زبانی می تواند اختیار کند. برای مثال بد، متوسط، زیاد و ... برای بیان کیفیت رنگ از لحاظ داشتن چشمه رنگ.
- تعریف دامنه یا مجموعه مرجع که متغیر زبانی در آن دامنه قابل تعریف است.

- تعریف مجموعههای فازی برای واژگان زبانی که در واقع در این مرحله به تعریف توابع عضویت برای هریک از واژگان زبانی پرداخته و آنها را در قالب یک مجموعه فازی نمایش می دهیم. برای مثال کیفیت فرآیند رنگ آمیزی یک

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= \mathbf{c}^* + \varepsilon, & \mathbf{c}^* &= \mathbf{X}\mathbf{a} \\ \mathbf{p} &= \mathbf{p}^* + \lambda, & \mathbf{p}^* &= \mathbf{c}^*b + \mathbf{1}d \\ \mathbf{q} &= \mathbf{q}^* + \rho, & \mathbf{q}^* &= \mathbf{c}^*g + \mathbf{1}h \end{aligned}$$

(۵)

هدف کمینه نمودن اختلاف مرکز و گسترشهای راست و چپ داده‌های مشاهده شده از مقادیر تخمین زده شده برای آنها می‌باشد. بنابراین مسأله زیر بایستی حل شود:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \Delta(\mathbf{a}, b, d, g, h) \\ & = (\mathbf{c} - \mathbf{c}^*)'(\mathbf{c} - \mathbf{c}^*)\pi_c + (\mathbf{p} - \mathbf{p}^*)'(\mathbf{p} - \mathbf{p}^*)\pi_p + \\ & \mathcal{Y}(\bar{\mathbf{q}} - \beta\mathbf{q}^*)\beta\mathbf{q}^* + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_kx_k + \varepsilon \\ & = (\mathbf{c}'\mathbf{c} - 2\mathbf{c}'\mathbf{X}\mathbf{a} + \mathbf{a}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{a})\pi_c \\ & + (\mathbf{p}'\mathbf{p} - 2\mathbf{p}'(\mathbf{X}\mathbf{a}b + \mathbf{1}d) + \mathbf{a}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{a}b^2 + \\ & 2\mathbf{a}'\mathbf{X}'\mathbf{1}bd + nd^2)\pi_p \\ & + (\mathbf{q}'\mathbf{q} - 2\mathbf{q}'(\mathbf{X}\mathbf{a}g + \mathbf{1}h) + \mathbf{a}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{a}g^2 + \\ & 2\mathbf{a}'\mathbf{X}'\mathbf{1}gh + nh^2)\pi_q \end{aligned}$$

(۶)

بر اساس آنچه که گفته شد، معادله رگرسیون فازی به صورت معادله ۷ خواهند بود.

$$\begin{aligned} \tilde{Y} &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1x_1 + \tilde{A}_2x_2 + \dots + \tilde{A}_{ij}x_ix_j + \dots + \tilde{A}_{ii}x_i^2 + \dots \\ &= (a_0 \times b + d, a_0, a_0 \times g + h) + (a_1 \times b, a_1, a_1 \times g)x_1 + \\ & (a_2 \times b, a_2, a_2 \times g)x_2 + \dots \end{aligned}$$

(۷)

معادله بالا هم اثرات اصلی و هم اثرات متقابل را شامل می‌شود. از آنجا که مقدار گسترشهای راست و چپ، با اندازه مرکزها مرتبط می‌باشد، فرض صفر برابری ضریب مرکز یک جمله با صفر، برابری ضرایب گسترشهای راست و چپ آن جمله با صفر را نتیجه می‌دهد و می‌توان جمله مذکور را از معادله رگرسیون حذف نمود. از این رو پس از شناسایی عوامل مؤثر بر مرکز پاسخها بر اساس دو کمیت  $R^2$  و  $R_a^2$  تخمین پارامترهای رگرسیون بر اساس فاکتورهای مؤثر شناسایی شده انجام می‌شود.

### ۵- تابع مطلوبیت

رویکرد تابع مطلوبیت یکی از پر کاربردترین روشهایی است که در صنعت جهت بهینه سازی مسائل چند پاسخی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش اولین بار توسط هارینگتون (۱۹۶۵) ارائه گردید. ایده این روش بر ترکیب پاسخها در قالب یک مسأله تک پاسخی و بهینه نمودن تابع به دست آمده استوار است [۹]. به عبارت دیگر کیفیت یک محصول

های کیفی، از رابطه  $R = \tilde{Y}_{Max} - \tilde{Y}_{Min}$  استفاده شده است. برای کنترل پراکندگی پاسخهای کمی از واریانس پاسخها استفاده می‌شود.

### ۴- تخمین روابط بین متغیرهای پاسخ کیفی

برای بیان رابطه بین فاکتورهای کنترل و پاسخهای کمی (قطعی) از چند جمله‌ای‌های مرتبه پایین برای این مسأله استفاده می‌شود و اگر پاسخ به خوبی به وسیله یک تابع خطی از متغیرهای مستقل مدل بندی شده باشد، آنگاه تابع تقریب زنده، مدل مرتبه اول زیر خواهد بود.

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_kx_k + \varepsilon \quad (۳)$$

در صورتی که در سیستم انحنا وجود داشته باشد، آنگاه بایستی از چند جمله ای‌های مرتبه بالاتر مانند

(۴)

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i,j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

استفاده کنیم. برای برآورد پارامترها در تقریب کردن چند جمله ای‌ها، از روش کمترین مربعات استفاده می‌شود. که در این تحقیق نیز به این گونه عمل می‌شود.

برای تخمین روابط بین فاکتورهای کنترل و پاسخهای فازی از رگرسیون استفاده شده است. بطور کلی مدل‌های رگرسیون فازی به دو دسته تقسیم بندی می‌شوند. اولین دسته بر اساس تئوری امکان و دومین دسته بر اساس رویکرد حداقل مربعات، می‌باشند. در هر دو روش هدف بهینه سازی تابعی مشخص با تاکید بر بهترین انطباق می‌باشد. در این مقاله از رویکرد دوم برای تقریب روابط (حداقل مربعات)، استفاده می‌شود. چرا که بر اساس این روش می‌توان پارامترهای مدل را مورد آزمون قرار داد تا معنادار بودن آنها مشخص شود. از طرفی بر اساس رویکرد اول با افزایش مجموعه داده‌های مسأله، تعداد محدودیت‌های مدل برنامه ریزی نیز افزایش پیدا می‌کند که این خود محاسبات مسأله را مشکل‌تر می‌نماید [۱۹].

فرض کنید  $X_i; i=1,2,\dots,k$  فاکتورهای کنترل مسأله و  $Y \equiv (c, p, q)$  مرکز،  $p$  گسترش چپ و  $q$  گسترش راست می‌باشد یکی از پاسخهای کیفی مدل باشد. شکل ماتریسی مدل رگرسیون فازی به صورت زیر می‌باشد.

به ترتیب حدود پایین و بالا و  $t_i$  مقدار هدف پاسخ  $y_i$  می باشند که  $l_i \leq t_i \leq u_i$  و ضرایب  $s, t, r$  توسط کاربر تعیین می شوند و رفتار تابع مطلوبیت را تعیین می کنند. برای مسائل دوطرفه چنانچه  $s = t = 1$  باشد آنگاه تابع مطلوبیت به صورت خطی افزایش می یابد. برای  $s < 1, t < 1$  تابع مطلوبیت محدب و برای  $s > 1, t > 1$  مقعر خواهد بود. پیگناتیلو و همکاران برای بهبود عملکرد الگوریتم ژنتیک تابع زیر را پیشنهاد نمودند.

$$D^*(x) = D_{DS}(x) - P(x) \quad (11)$$

که  $D_{DS}$  تابع مطلوبیت ارائه شده توسط سویچ و درینگر (۱۹۸۰) بوده و  $P(x)$  که شدت نشدنی بودن را نشان می دهد، به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$P(x) = [(p_1(\hat{y}_1)p_2(\hat{y}_2)\dots p_m(\hat{y}_m))^{1/m} - c]^2 \quad (12)$$

که هر کدام از جرایم  $p_i(\hat{y}_i)$  به صورت معادله ۱۳ می باشد.

$$p_i(\hat{y}_i) = \begin{cases} c + \left| \frac{\hat{y}_i - L_i}{T_i - L_i} \right|, & -\infty \leq \hat{y}_i \leq L_i \\ c, & L_i \leq \hat{y}_i \leq H_i \\ c + \left| \frac{\hat{y}_i - H_i}{T_i - H_i} \right|, & H_i \leq \hat{y}_i \leq +\infty \end{cases} \quad (13)$$

ثابت  $c$  مقدار کوچکی است که برای برقراری شرط  $p_i(\hat{y}_i) > 0$  مورد استفاده قرار می گیرد. تا این اطمینان حاصل شود که جریمه کلی،  $P(x)$ ، غیر صفر برای هر جواب نشدنی ارزیابی گردد. بنابراین تابع مطلوبیت کلی پیشنهاد شده توسط پیگناتیلو و همکاران به صورت زیر خواهد بود.

$$D^*(x) = [d_1(Y_1(x))d_2(Y_2(x))\dots d_m(Y_m(x))]^{1/m} - [(p_1(\hat{y}_1)p_2(\hat{y}_2)\dots p_m(\hat{y}_m))^{1/m} - c]^2 \quad (14)$$

### ۵-۱- تعریف توابع مطلوبیت منفرد برای پاسخ های کیفی

رتبه بندی و مقایسه اعداد فازی برای تعیین مطلوبیت پاسخ های فازی بر اساس یک یا چند ویژگی مختلف از اعداد فازی صورت می گیرد. این ویژگی می تواند مرکز ثقل، ناحیه زیر تابع عضویت و ... پاسخ های فازی باشد. باید توجه

که دارای مشخصه های کیفیتی متعددی است، کاملاً غیر قابل قبول است اگر یکی از مشخصه ها خارج از محدوده های مطلوب و مورد نظر باشد. این روش به هر مجموعه از پاسخ ها امتیازی می دهد و فاکتورهای ورودی را به گونه ای تنظیم می کند که امتیاز کل را بیشینه نماید [۳]. برای تعریف رویکرد تابع مطلوبیت، فرض کنید هر کدام از  $k$  متغیر پاسخ به  $p$  متغیر مستقل از طریق رابطه (۸) وابسته باشند.

$$y_i = f(x_1, x_2, \dots, x_p) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (8)$$

که  $y_i$ ،  $i$  امین پاسخ و  $f_i$  رابطه بین  $i$  امین پاسخ و متغیرهای مستقل  $x_1, x_2, \dots, x_p$  را نشان می دهد. و  $\varepsilon_i$  جمله خطا با  $E(\varepsilon_i) = 0$  و  $\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$  می باشد. تابع مطلوبیت،  $d_i(y_i)$ ، مقداری بین ۰ و ۱ به هر مقدار متغیر پاسخ  $y_i$  نسبت می دهد. مقدار  $d_i(y_i)$  با افزایش پاسخ مربوطه افزایش می یابد. بسته به این که هدف بیشینه نمودن، کمینه نمودن و یا رسیدن به یک مقدار مشخص باشد، توابع مطلوبیت مختلفی را می توان تعریف نمود. دو نوع تبدیل یک طرفه و دو طرفه برای تبدیل  $y_i$  به  $d_i(y_i)$  وجود دارد. چنانچه  $y_i$  می بایست بیشینه یا کمینه گردد از تبدیل یک طرفه و هنگامی که بخواهیم مقدار  $y_i$  به یک مقدار مشخص نزدیک باشد از تبدیل دو طرفه استفاده می شود. سویچ و درینگر (۱۹۸۰) توابع زیر را برای تعیین مطلوبیت های منفرد ارائه نمودند. ایشان، معادله (۹) را برای تبدیل یک طرفه و معادله (۱۰) را برای مسأله دو طرفه تعریف نمودند. [۱۰]

$$d_i(y_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } y_i(x) \leq l_i \\ \left( \frac{y_i - l_i}{u_i - l_i} \right)^r & \text{if } l_i \leq y_i(x) \leq u_i \\ 1 & \text{if } y_i(x) \geq u_i \end{cases} \quad (9)$$

$$d_i(y_i) = \begin{cases} \left( \frac{y_i - l_i}{t_i - l_i} \right)^s & \text{if } l_i \leq y_i(x) \leq t_i \\ \left( \frac{y_i - u_i}{t_i - u_i} \right)^t & \text{if } t_i \leq y_i(x) \leq u_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

(۱۶)

$\bar{y}_j$ ،  $z$  امین پاسخ کیفی نافازی شده توسط معادله ۱۵ می باشد. میزان جریمه (طرح شده توسط در مدل *Pignatiello* (۲۰۰۴) برای تمامی پاسخ‌های کیفی در رویکرد اول به صورت زیر محاسبه می شود:

$$p_j(\bar{y}_j) = \begin{cases} c + \frac{|\bar{y}_j - \bar{y}_{ud1}|}{|\bar{y}_d - \bar{y}_{ud1}|}, & -\infty \leq \bar{y}_j \leq \bar{y}_{ud1} \\ c, & \bar{y}_{ud1} \leq \bar{y}_j \leq \bar{y}_{ud2} \\ c + \frac{|\bar{y}_j - \bar{y}_{ud2}|}{|\bar{y}_d - \bar{y}_{ud2}|}, & \bar{y}_{ud2} \leq \bar{y}_j \leq +\infty \end{cases} \quad (۱۷)$$

۵-۱-۲- تعیین توابع مطلوبیت هر کدام از پاسخ‌های فازی با محاسبه مساحت ناحیه اشتراک مجموعه‌ها در این رویکرد بدون نافازی نمودن پاسخ‌ها، مطلوبیت آنها با توجه به مساحت ناحیه اشتراک تابع عضویت عدد مطلوب با پاسخ  $i$  ام و مجموع مساحت‌های توابع عضویت دو عدد اندازگیری می شود. مراحل زیر جهت به کارگیری این رویکرد استفاده می شود.

۱. تعیین مجموعه مطلوب.
۲. تعیین مجموعه(های) نامطلوب.
۳. محاسبه مطلوبیت هر پاسخ بر اساس نسبت مساحت ناحیه به وجود آمده از اشتراک تابع عضویت آن پاسخ با عدد فازی مطلوب به کل مساحت تابع عضویت دو عدد.

برای مسائل یک طرفه فرمول ۱۸ و برای مسائل دو طرفه فرمول ۱۹ برای تعیین مطلوبیت پاسخ فازی پیشنهاد می شود. جملات دوم و سوم حالت دومی هر کدام از معادلات زیر، تأثیر مجموعه‌های نامطلوب را نشان می دهند در صورتیکه تأثیر اعداد نامطلوب مدنظر نباشند، می توان جملات مربوط به آنها را حذف نمود.

داشت که ممکن است نتایج روش‌های مختلف با هم یکسان نباشند. به طور کلی برای مقایسه اعداد فازی جهت تعیین مطلوبیت آنها دو رویکرد را می توان به کار گرفت.

۱. روش‌هایی که با استفاده از یک تابع نگاشت  $F$ ، اعداد فازی را به اعداد غیر فازی تبدیل می کند. سپس با مقایسه اعداد غیر فازی، اعداد فازی مربوطه مقایسه می شوند.

۲- روش‌هایی که بدون نافازی کردن، از اطلاعات خود اعداد فازی برای مقایسه و رتبه بندی آنها استفاده می کند و نتایج را با واژه‌های زبانی بیان می کنند.

برای تعامل با پاسخ‌های کمی در این مطالعه از رویکرد اول برای تعیین مطلوبیت اعداد به دست آمده از رگرسیون فازی برای پاسخ‌های کیفی استفاده می شود. در این مقاله دو رویکرد برای محاسبه مطلوبیت پاسخ‌های کیفی ارائه می گردد که در زیر به آنها اشاره می شود.

۵-۱-۱- نافازی کردن پاسخ‌های کیفی و تعیین توابع مطلوبیت هر کدام از آنها

مراحل زیر جهت به کارگیری این رویکرد پیشنهاد می شود:

۱. تعیین مجموعه مطلوب توسط فرد خبره یا مهندس فرآیند و محاسبه مرکز ثقل آن با استفاده از رابطه زیر که  $\mu(y_d)$  تابع عضویت مجموعه مطلوب می باشد.

$$\bar{y}_d = \frac{\int y_d \mu(y_d) dy_d}{\int \mu(y_d) dy_d} \quad (۱۵)$$

۲. تعیین مجموعه (های) نامطلوب توسط فرد خبره یا مهندس فرآیند و نافازی سازی آن با استفاده از رابطه ۱۵ ( $\bar{y}_{ud}$ )

۳. تعیین تابع مطلوبیت برای هر کدام از پاسخ‌های کیفی به صورت زیر.

$$d_j(\hat{y}_j) = \begin{cases} \left( \frac{\bar{y}_j - y_{ud1}}{\bar{y}_d - y_{ud1}} \right)^s & \text{if } \bar{y}_{u1} \leq \hat{y}_j \leq \bar{y}_d \\ \left( \frac{\bar{y}_j - y_{ud2}}{\bar{y}_d - y_{ud2}} \right)^t & \text{if } \bar{y}_d \leq \hat{y}_j(x) \leq \bar{y}_{u2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(۱۸)

$$d_i(\tilde{y}_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}}) = S(\mu_{\tilde{A}}) = S(\mu_{\tilde{B}}) \\ \left( \frac{S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}})}{S(\mu_{\tilde{A}}) + S(\mu_{\tilde{B}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}})} \right) \dots \times \\ \dots \times \left( 1 - \frac{S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{C}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}} \cap \mu_{\tilde{C}})}{S(\mu_{\tilde{A}}) + S(\mu_{\tilde{C}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{C}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}} \cap \mu_{\tilde{C}})} \right) & \text{if } S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}}) \neq S(\mu_{\tilde{A}}) \neq S(\mu_{\tilde{B}}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(۱۹)

$$d_i(\tilde{y}_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}}) = S(\mu_{\tilde{A}}) = S(\mu_{\tilde{B}}) \\ \left( \frac{S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}})}{S(\mu_{\tilde{A}}) + S(\mu_{\tilde{B}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}})} \right) \dots \times \\ \dots \times \left( 1 - \frac{S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{C}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}} \cap \mu_{\tilde{C}})}{S(\mu_{\tilde{A}}) + S(\mu_{\tilde{C}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{C}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}} \cap \mu_{\tilde{C}})} \right) \dots \times \\ \dots \times \left( 1 - \frac{S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{D}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}} \cap \mu_{\tilde{D}})}{S(\mu_{\tilde{A}}) + S(\mu_{\tilde{D}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{D}}) - S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}} \cap \mu_{\tilde{D}})} \right) & \text{if } S(\mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}}) \neq S(\mu_{\tilde{A}}) \neq S(\mu_{\tilde{B}}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

نامطلوب کمتر باشد. از آنجایی که اعداد مطلوب و نامطلوب در تعدادی نقاط اشتراکاتی نیز دارند لذا نواحی مشترک آنها را در محاسبه مطلوبیت‌های منفرد در نظر نگرفته ایم. میزان جریمه (طرح شده در مدل *Pignatiello* (۲۰۰۴) برای تمامی پاسخ‌های کیفی در رویکرد دوم به صورت معادله ۲۰ پیشنهاد می‌شود:

در معادله ۲۰  $Qdj, Pdj$  به ترتیب نقاط سمت راست، مرکز و چپ عدد فازی مثلثی مطلوب و  $Qj, Pj$  به ترتیب نقاط راست و چپ عدد مثلثی به دست آمده از معادله رگرسیونی می باشند. در پایان با توجه به توانایی بالای الگوریتم ممیک پیشنهادی در یافتن جواب‌های بهینه و یا بسیار

$\tilde{B}$  عدد مطلوب،  $\tilde{C}, \tilde{D}$  اعداد نامطلوب و  $\tilde{A}$  عدد فازی مثلثی حاصل از جواب رگرسیون فازی است. در معادلات بالا، جمله اول میزان نزدیکی و شباهت پاسخ حاصله با عدد مطلوب را نشان می دهد. که مقداری بین صفر و یک دارد. هر چه فضای اشتراک بین متغیر پاسخ و عدد مطلوب بیشتر شود، مطلوبیت پاسخ به ازای آن جواب بیشتر می شود.

از طرفی جملات دیگر در روابط بالا عدم شباهت پاسخ به دست آمده را با اعداد نامطلوب کنترل می کنند. هر چه میزان اشتراک متغیر پاسخ با عدد یا اعداد نامطلوب بیشتر شود، مطلوبیت آن پاسخ کاهش می یابد. به این ترتیب پاسخی مطلوبیت بیشتری خواهد داشت که میزان اشتراک آن با عدد مطلوب (هدف) بیشتر و اشتراک آن با عدد (اعداد)



الگوریتمهای ممتیک در پیدا کردن جواب بهینه سریع تر بوده و در به دست آوردن جواب بسیاری از مسایل بهینه سازی دقیق تر می باشند [۲۰] و [۲۱]. از آنجایی که اغلب مواقع، میزان عملکرد الگوریتمهای مختلف براساس زمان اجرای آنها سنجیده می شود. در انجام و اعمال جستجوی محلی در داخل الگوریتم ژنتیک بایستی این مسأله لحاظ گردد. در این روش جستجوگر محلی هوک و جیو برای یافتن جوابهای اولیه مناسب (بهینه های محلی) برای تشکیل جمعیت اولیه الگوریتم ژنتیک، مورد استفاده قرار می گیرد. در ادامه به کمک الگوریتم ژنتیک، فرآیند بهینه سازی ادامه می یابد. در هر نسل نیز، جهت صرفه جویی در زمان اجرای الگوریتم، بر روی درصدی از بهترین فرزند تولید شده، الگوریتم هوک و جیو اجرا می گردد. فرآیند بهینه سازی توسط الگوریتم ژنتیک تا رسیدن به معیار توقف ادامه می یابد. (برای مطالعه بیشتر به [۲۲] مراجعه شود.)

#### ۷- مثال عددی

تزریق فوم یکی از فرآیندهایی است که در تولید یخچال به منظور عایق نمودن بدنه یخچال برای جلوگیری از اتلاف برودت تولید شده، انجام می شود. این فرآیند یکی از حساس ترین مراحل تولید یخچال به شمار می آید و کیفیت نهایی محصول به کیفیت این مرحله بسیار وابسته می باشد. در این فرآیند ابتدا بدنه تولید شده تحت دمای مشخصی برای مرحله اصلی تزریق حرارت داده می شوند. سپس بدنه روی فیکسچری که قالبهای خاص آن بدنه روی آن بسته شده قرار می گیرد. پس از تنظیم مکان بدنه، فیکسچر مربوطه پایین آمده تا قالب کاملاً روی بدنه قرار گیرد، در این مرحله مواد ایزو-پولیول (موادی که برای عایق بندی بدنه از آنها استفاده می شود) با نسبتی مشخص از طریق ابزار خاصی که هد یا کلگی خوانده می شود با فشار معین و مقدار مشخص به داخل بدنه تزریق می گردد. بدنه پس از تزریق بایستی مدت زمانی خاصی (زمان پخت) در این وضعیت باقی بماند تا فوم کاملاً پف کرده و فضای داخلی بدنه را پر نماید. پس از سپری شدن زمان پخت، فیکسچر، قالب را بالا آورده و بدنه برای ادامه فرآیند تولید آماده می گردد.

#### ۷-۱- جمع آوری دادهها (طراحی آزمایشها)

#### ۷-۱-۱- شناسایی متغیرهای پاسخ

به کمک مهندس فرآیند، متغیرهای پاسخ در این فرآیند شناسایی شده که به شرح زیر می باشد.

نزدیک به بهینه در چارچوب تابع مطلوبیت، از این الگوریتم در فاز بهینه سازی تابع مطلوبیت کلی استفاده می شود.

(۲۰)

$$p_j(\bar{y}_j) = \begin{cases} c + \left| \frac{P_j - Q_{dj}}{P_{dj} - Q_{dj}} \right|, & P_j \geq Q_{dj} \\ c + \left| \frac{Q_j - P_{dj}}{P_{dj} - Q_{dj}} \right|, & Q_j \leq P_{dj} \\ c, & otherwise \end{cases}$$

۶- بهینه سازی : الگوریتم ترکیبی ژنتیک (ممتیک) برای حل مسائل چند پاسخی

پیگناتیلو و همکاران چهار عامل تعداد فاکتورهای کنترل، تعداد پاسخها، بازه محدودیتها و درصد غیر خطی بودن پاسخهای مدل زیر را در میزان پیچیدگی مسائل چند پاسخی دخیل دانسته اند. [۱۷]

علاوه بر موارد ذکر شده در مقاله مذکور، میزان تناقض بین پاسخها نیز بر پیچیدگیهای مسأله تأثیرگذار می باشد. در رویکرد تابع مطلوبیت چنانچه سطح پاسخ مربوط به تابع مطلوبیت کلی، خوش رفتار باشد، روشهای معمول در بهینه سازی مسائل غیر خطی را می توان در فاز بهینه سازی به کار گرفت. با بزرگ شدن ابعاد مسأله، سطح پاسخ تابع مطلوبیت کلی به شدت غیر خطی می گردد [۱۷] و از این رو رویکردهای معمول و حتی فرا ابتکاری در یافتن جوابهای بهینه یا نزدیک بهینه در زمان قابل قبول عاجز خواهند بود. ترکیب قابلیت های الگوریتمهای جستجو می تواند عملکرد آنها را به طرز چشمگیری بهبود دهد. از این رو در فاز بهینه سازی رویکردی ترکیبی برای حل و بهینه سازی مسائل چند پاسخی در چارچوب تابع مطلوبیت ارائه می گردد، به طوری که برای حل مسائل با سطح پیچیدگی های متفاوت، عملکرد بالایی داشته باشد.

استفاده از جستجوگرهای محلی در داخل الگوریتم ژنتیک منجر به ایجاد الگوریتم هایی با نام الگوریتمهای ممتیک<sup>۲۵</sup> (الگوریتمهای ترکیبی ژنتیک) خواهند شد. مسائل زیادی با این روش در ادبیات حل شده و نشان داده شده که

جدول ۳- متغیرهای پاسخ مسأله

نام متغیر	شرح	نوع پاسخ	واحد
$Y_1$	خاصیت انبساطی و انقباضی فوم <sup>۲۶</sup>	کمی	cm
$Y_2$	انتقال حرارتی فوم	کمی	Watt/cm.k
$Y_3$	کیفیت فوم از نظر یکنواختی سلول بندی، رگه‌ها و ناهمواری‌های آن	کیفی	----
$Y_4$	حجم فوم در داخل بدنه	کیفی	$Cm^3$

پاسخ‌های اول و دوم کمی و پاسخ‌های سوم و چهارم کیفی می‌باشند. با نظر مهندس فرآیند پاسخ سوم با سه واژه زبانی خوب، متوسط و بد و پاسخ چهارم با سه واژه زبانی کم، متوسط و زیاد تعریف شده‌اند. تابع تعلق واژگان زبانی متغیرهای فازی  $Y_3$  و  $Y_4$  در قالب اعداد مثلثی و به صورت زیر تعریف می‌گردد.

(۲۱)

$$\mu_{bad}(Y_3) = (10, 20, 20)$$

$$\mu_{medium}(Y_3) = (0, 10, 20)$$

$$\mu_{good}(Y_3) = (0, 0, 10)$$

$$\mu_{low}(Y_4) = (260, 260, 270)$$

$$\mu_{adequate}(Y_4) = (260, 270, 280)$$

$$\mu_{high}(Y_4) = (270, 280, 280)$$

### ۷-۲-۲- تعیین فاکتورهای کنترل و سطوح هر کدام از آنها

مطابق با نظر مهندس فرآیند متغیرهای مستقل زیر به عنوان فاکتورهای کنترل شناسایی شده‌اند. فاکتورهای کنترل، مشخصات آنها و سطوح بالا و پایین هر یک از آنها در آزمایش طراحی شده در جدول زیر آمده است.

جدول ۴- فاکتورهای کنترل و سطوح آنها

نام فاکتور	شرح	سطح پایین (-۱)	سطح بالا (+۱)	واحد
$x_1$	دمای فیکسچرو قالب	۳۵	۴۵	سانتی گراد
$x_2$	فشار سر هد (فشار تزریق مواد ایزو- پولیول)	۱۴۵	۱۶۵	دقیقه
$x_3$	نسبت I/P (نسبت ترکیب ایزو- پولیول)	۱	۱.۵	بار (Bar)
$x_4$	مدت زمان پخت	۹	۱۳	-----
$x_5$	دمای مواد ایزو- پولیول	۱۸	۲۴	سانتی گراد

### ۷-۲-۴- انتخاب طرح آزمایش و ثبت داده‌ها

برای بررسی مسأله از یک طرح *Central Composite* با ۶ نقطه مرکزی استفاده شده است. در هر اجرا برای تعیین پاسخ‌های کمی از دستگاه‌های اندازه‌گیری مربوطه و برای پاسخ‌های کیفی (فازی) از نظر فرد خبره استفاده می‌کنیم. نتایج اجراها و سطوح فاکتورهای مربوط به هر اجرا در جدول ۵ نشان داده شده است.

<sup>۲۶</sup> پس از تزریق چنانچه فاکتورهای مرتبط به درستی تنظیم نشده باشند پس از اتمام زمان پخت فوم، فعل و انفعال فوم ادامه داشته که سبب انقباض یا انقباض فوم در داخل بدنه می‌شود. و این موجب ترک بدنه می‌گردد.

جدول ۵- نتایج انجام آزمایشات

فاکتورهای کنترل		پاسخ ها												
		$y_1$		$y_2$		$y_3$		$y_4$						
شماره آزمایش		$x_1$ $x_2$ $x_3$ $x_4$ $x_5$					تکرار							
							1		2		1		2	
18	45	-1	-1	-1	-1	1	-1.18	8.20	0.23	1.43	B	B	H	H
54	55	1	-1	-1	-1	-1	-3.99	-6.59	0.06	0.08	M	M	H	H
8	11	-1	1	-1	-1	-1	0.96	-7.94	0.02	0.04	M	M	L	A
14	41	1	1	-1	-1	1	3.99	14.63	0.54	1.04	G	B	H	H
19	20	-1	-1	1	-1	-1	1.85	-4.71	0.01	0.02	B	B	A	A
37	49	1	-1	1	-1	1	4.58	4.16	0.3	0.5	G	G	A	A
1	13	-1	1	1	-1	1	2.05	4.69	0.01	0.19	G	B	A	A
24	61	1	1	1	-1	-1	-0.93	-9.93	0.24	0.14	M	B	H	H
35	51	-1	-1	-1	1	-1	3.63	-	0.02	0.03	G	G	H	H
4	6	1	-1	-1	1	1	-3.61	-7.13	0.01	0.01	G	B	H	H
36	47	-1	1	-1	1	1	-2.55	-	0.01	0.05	B	G	L	H
56	58	1	1	-1	1	-1	-4.55	3.01	0.67	1.07	G	M	H	H
9	38	-1	-1	1	1	1	-4.68	3.66	0.02	0.36	B	B	A	A
29	57	1	-1	1	1	-1	-3.36	27.94	0.10	0.15	B	M	L	H
2	27	-1	1	1	1	-1	-2.80	6.60	0.13	0.53	B	B	A	H
25	42	1	1	1	1	1	-4.83	9.81	0.01	0.29	B	G	H	H
43	48	-2	0	0	0	0	-2.15	1.55	0.02	0.12	M	B	H	H
32	46	2	0	0	0	0	-1.57	8.97	0.51	0.75	B	G	H	H
10	26	0	-2	0	0	0	7.74	-9.14	0.03	0.02	B	B	H	A
17	53	0	2	0	0	0	-1.43	9.63	0.02	0.01	M	M	A	H
5	16	0	0	-2	0	0	-1.28	-	0.22	0.48	M	B	H	H
28	31	0	0	2	0	0	-1.44	-	0.02	0.01	B	M	H	A
39	59	0	0	0	-2	0	4.10	9.46	0.15	0.03	B	B	H	A
21	30	0	0	0	2	0	-0.34	9.58	0.28	0.01	G	B	H	A
23	33	0	0	0	0	-2	-0.74	4.14	0.26	0.16	M	G	A	L
12	62	0	0	0	0	2	-1.96	1.20	0.18	0.84	G	B	A	L
3	22	0	0	0	0	0	4.76	0.59			G		H	
34	40	0	0	0	0	0	3.07	0.18			G		A	
15	63	0	0	0	0	0	4.91	0.01			G		H	
44	52	0	0	0	0	0	-2.44	0.15			G		H	
7	53	0	0	0	0	0	4.52	0.07			B		H	
60	64	0	0	0	0	0	-4.47	0.03			G		A	

میانگین، واریانس (برای پاسخهای کمی) و دامنه (برای پاسخهای فازی) در هر تکرار در جدول زیر نشان داده شده است.  $P, C, Q$  به ترتیب نقاط چپ، مرکز و راست اعداد مثلثی می باشند.

جدول ۶- میانگین و پراکندگی پاسخها در هر تکرار

$y_1$		$y_2$		$y_3$						$y_4$					
Mean	Var	Mean	Var	Mean			R			Mean			R		
				P	C	O	P	C	O	P	C	O	P	C	O
3.51	6.63	0.83	0.85	10	20	20	-10	0	10	270	280	280	-10	0	10
-5.29	1.83	0.07	0.01	0	10	20	-20	0	20	270	280	280	-10	0	10
-3.49	6.30	0.03	0.02	0	10	20	-20	0	20	260	265	275	-10	10	20
9.31	7.52	0.79	0.35	5	10	15	0	20	20	270	280	280	-10	0	10
-1.43	4.63	0.01	0.00	10	20	20	-10	0	10	260	270	280	-20	0	20
4.37	0.30	0.4	0.14	0	0	10	-10	0	10	260	270	280	-20	0	20
3.37	1.87	0.10	0.13	0	10	20	-20	0	20	260	270	280	-20	0	20
-5.43	6.37	0.19	0.08	5	15	20	-10	10	20	270	280	280	-10	0	10
-6.57	14.43	0.02	0.01	0	0	10	-10	0	10	270	280	280	-10	0	10
-5.37	2.48	0.01	0.00	5	10	15	0	20	20	270	280	280	-10	0	10
-13.57	15.59	0.03	0.02	5	10	15	0	20	20	265	270	275	0	20	20
-0.77	5.34	0.87	0.28	0	5	15	-10	10	20	270	280	280	-10	0	10
-0.51	5.89	0.19	0.24	10	20	20	-10	0	10	260	270	280	-20	0	20
12.29	22.13	0.12	0.03	5	15	20	-10	10	20	265	270	275	0	20	20
1.90	6.65	0.33	0.28	10	20	20	-10	0	10	265	275	280	-10	10	20
2.49	10.35	0.15	0.20	5	10	15	0	20	20	270	280	280	-10	0	10
-0.30	2.62	0.07	0.07	5	15	20	-10	10	20	270	280	280	-10	0	10
3.70	7.45	0.63	0.18	5	15	20	-10	10	20	270	280	280	-10	0	10
-0.70	11.93	0.03	0.01	10	20	20	-10	0	10	265	275	280	-10	10	20
4.10	7.82	0.02	0.01	0	10	20	-20	0	20	265	275	280	-10	10	20
-8.76	10.58	0.35	0.18	5	15	20	-10	10	20	270	280	280	-10	0	10
-5.84	6.22	0.02	0.01	5	15	20	-10	10	20	265	275	280	-10	10	20
6.78	3.79	0.09	0.08	10	20	20	-10	0	10	265	275	280	-10	10	20
4.62	7.01	0.14	0.19	5	15	20	-10	10	20	265	275	280	-10	10	20
1.70	3.45	0.21	0.06	0	5	15	-10	10	20	260	265	275	-10	10	20
-0.38	2.24	0.51	0.46	5	10	15	0	20	20	260	265	275	-10	10	20
1.73	4.11	0.17	0.21	8.3	16.7	18.3	0	20	20	266.7	276.7	280	-10	10	20

## ۷-۳- تقریب روابط و تشکیل سطوح پاسخ

## ۷-۳-۱- پاسخهای کمی

همانطور که پیشتر گفته شد از مدل رگرسیونی بر اساس کمترین مربعات خطا در ساختن یک مدل کمی که عوامل مهم را به پاسخها مربوط می‌سازد استفاده می‌شود. همچنین فاکتورهای کنترل به صورت کد شده در بازه  $[-1, 1]$  برای تشکیل تمامی

معادلات سطوح پاسخ (کمی-کیفی) استفاده شده‌اند. داوری و تعیین مدل رگرسیونی مناسب برای پاسخهای کمی با استفاده از کمیت‌های  $R^2$  و  $R_a^2$  انجام می‌گیرد.

جدول ۷- سطوح پاسخ برای میانگین و انحراف معیار پاسخهای کمی

		$R^2$	$R_a^2$
پاسخ اول	سطوح پاسخ برای میانگین و انحراف معیار پاسخهای یک و دو		
	$y_{1\mu} = 1.13 + 1.52x_1 + 1.88x_3 - 0.806x_4 + 1.65x_1x_4 - 1.10x_2x_3 - 0.774x_2x_4 + 2.85x_3x_4 - 3.75x_4x_5 - 2.23x_3^2 + 1.02x_4^2$	%92.5	%۸۷
	$y_{1\sigma} = 4.66 + 2.24x_4 - 0.811x_5 + 2.87x_1x_3 - 0.812x_1x_5 - 1.07x_2x_3 - 0.979x_2x_4 + 2.4x_2x_5 + 1.02x_3x_4 - 1.61x_3x_5 + 1.43x_2^2 + 1.06x_3^2$	%87.0	%77.4
پاسخ دوم			
	$y_{2\mu} = 0.163 + 0.094x_1 + 0.03x_2 - 0.079x_3 + 0.057x_5 + 0.128x_1x_2 - 0.032x_1x_3 - 0.035x_1x_5 - 0.052x_2x_3 + 0.083x_2x_4 - 0.103x_2x_5 + 0.060x_3x_4 - 0.0358x_3x_5 - 0.168x_4x_5 + 0.053x_1^2 - 0.029x_2^2 + 0.055x_5^2$	%95.9	%89.3
	$y_{2\sigma} = 0.142 - 0.038x_3 + 0.079x_5 + 0.094x_1x_2 + 0.0156x_1x_4 - 0.032x_1x_5 + 0.022x_2x_3 + 0.066x_2x_4 - 0.079x_2x_5 + 0.091x_3x_4 - 0.044x_3x_5 - 0.086x_4x_5 - 0.028x_2^2 + 0.034x_5^2$	%94.7	%89.3

### ۷-۳-۲- پاسخهای فازی

پاسخهای سوم و چهارم به صورت فازی می‌باشند. برای تشکیل معادلات رگرسیونی برای میانگین و پراکندگی هر کدام از پاسخها، از معادله ۶ و داده های جدول ۶ استفاده می‌شود.

از آنجا که مقدار گسترشهای راست و چپ، با اندازه مرکزها مرتبط می‌باشد، فرض صفر برابری ضریب مرکز یک جمله با صفر، برابری ضرایب گسترشهای راست و چپ آن جمله با صفر را نتیجه می‌دهد و می‌توان جمله مذکور را از معادله رگرسیون حذف نمود. پس از شناسایی عوامل مؤثر بر مرکز پاسخها بر اساس دو کمیت  $R^2$  و  $R_a^2$  تخمین پارامترهای رگرسیون بر اساس فاکتورهای مؤثر شناسایی شده انجام می‌شود. پارامترهای به دست آمده و مقدار  $SSE$  برای میانگین و پراکندگی هر کدام از پاسخهای فازی در جداول ۸، ۹، ۱۰ و ۱۱ آورده شده است.

جدول ۸- پارامترها و ضرایب عوامل مؤثر بر میانگین پاسخ سوم

عوامل مؤثر	constant	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_1x_5$	$x_2x_4$	$x_2x_5$	$x_3x_4$	$x_3x_5$	$x_4x_5$	$x_5^2$
a	۱۳۰۸۲	-۱۰۰۴۹	-۱۰۴۷	۱۰۰۴۹	۱۰۵۷	-۹۴۲	-۹۳۳	۰۹۴۲	-۱۰۵۶	۳۰۴۴	-۴۰۰۸	۲۰۱۸۷	-۲۰۰۲۳

$b = ۰.۰۴۸۴۹$	$d = ۱.۰۵۸$	$g = -۰.۰۵۰۵$	$h = ۱۱.۴۲$
---------------	-------------	---------------	-------------

$$SSE = ۳۸۴$$

جدول ۹- پارامترها و ضرایب عوامل مؤثر بر دامنه پاسخ سوم

عوامل مؤثر	constant	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_2x_3$	$x_2x_5$	$x_3x_4$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_3^2$	$x_4^2$
a	۸.۶۹	۲.۸۳	۱.۰۹۶	-۱.۱۸	۲.۰۰	۳.۰۶	۱.۸۸	-۳.۱۸	۱.۰۷۷	-۱.۵۹	-۴.۱۰	-۱.۵۹	-۲.۷۶

$b = ۰.۰۴۳$	$d = ۱۳.۲۸$	$g = -۰.۰۵۷$	$h = ۱۳.۲۵$
-------------	-------------	--------------	-------------

$$SSE = ۵۷۲$$

جدول ۱۰- پارامترها و ضرایب عوامل مؤثر بر میانگین پاسخ چهارم

عوامل مؤثر	constant	$x_1$	$x_3$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_2x_1$	$x_2x_3$	$x_3x_1$	$x_3x_2$	$x_1x_3$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_3^2$
a	۲۷۳۰۹۲	۱۰۸۶	-۱۰۹۹	۲۰۶	-۰۰۴۲	-۰۰۶۲	۳۰۳۲	۰۰۶۲	-۰۰۸۲	-۰۰۶۲	۱۰۵۲	۰۰۷۹	-۲۰۴۳
$b = ۰۰۱۵۵$		$d = -۳۳۰۵۴$				$g = -۰۰۵۹$			$h = ۱۶۷۰۱۲$				

$SSE = ۱۹۱$

جدول ۱۱- پارامترها و ضرایب عوامل مؤثر بر دامنه پاسخ چهارم

عوامل مؤثر	constant	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_1x_5$	$x_2x_3$	$x_2x_5$	$x_3x_4$	$x_3x_5$	$x_4^2$	$x_5^2$
a	۸۰۹۷	-۰۰۸۹	۱۰۶۲	-۰۰۸۱	-۳۰۷۶	۲۰۴۳	-۱۰۲۱	-۲۰۵۵	۱۰۲۱	۱۰۲۱	-۲۰۴۳	-۲۰۷۶	-۱۰۴۸
$b = ۰۰۵۴$		$d = ۱۳۰۱۲$				$g = -۰۰۴۷$			$h = ۱۳۰۲۰$				

$SSE = ۴۴۳$

#### ۴-۷- تشکیل توابع مطلوبیت و بهینه سازی

در جدول ۱۲ مقدار مطلوبیت های موجود برای هر یک از ۴ متغیر پاسخ، شامل حدود بالا، پایین و مقدار هدف نشان داده شده است.

جدول ۱۲- مقدار مطلوبیت های موجود برای هر یک از ۴ متغیر پاسخ

پاسخ	هدف	$Y_{min}$	$Y_T$	$Y_{max}$
$Y_1$	mean	target	5-	5
	dispersion	minimizing	0	3
$Y_2$	mean	minimizing	0	0.05
	dispersion	minimizing	0	0.02
$Y_3$	mean	maximizing	0 5 15	0 0 10
	dispersion	minimizing	20- 0 20	10- 10 20
$Y_4$	mean	target	230 240 260	240 260 270
	dispersion	minimizing	40- 0 40	-20 20 40

در جدول ۱۳ نتایج نوافازی سازی مقادیر مطلوبیت پاسخ های کیفی آمده است.

جدول ۱۳- نتایج نوافازی سازی مقادیر مطلوبیت پاسخ های کیفی

پاسخ	هدف	$Y_{min}$	$Y_T$	$Y_{max}$
$Y_1$	mean	target	5-	5
	dispersion	minimizing	0	3
$Y_2$	mean	minimizing	0	0.05
	dispersion	minimizing	0	0.02
$Y_3$	mean	maximizing	۶۶۷	۰
	dispersion	minimizing	۰	۶۶۷
$Y_4$	mean	target	۲۴۳.۳	۲۵۰
	dispersion	minimizing	۰	۱۳.۳

فرآیند بهینه سازی به کمک الگوریتم ممتیک پیشنهادی انجام شده و نتایج حل مدل بر اساس هر دو رویکرد معرفی شده در جداول ۱۴ و ۱۵ خلاصه شده است.

جدول ۱۴- نتایج تئوری و عملی بهینه سازی بر اساس رویکرد اول

فاکتورهای کنترل	$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$															
مقدار بهینه فاکتورهای کنترل (رویکرد اول)	$(-۰.۶۹, ۰.۸۲, ۰.۹۵, -۰.۸۹, ۰.۹۳)$															
پاسخها	$Y_{1M}$		$Y_{1m}$		$Y_{2M}$		$Y_{2m}$		$Y_{3M}$		$Y_{3R}$		$Y_{4M}$		$Y_{4R}$	
مقدار پاسخهای بهینه بدست آمده از مدل	۳.۲۹	۱.۶۴	۰	۰.۰۲۲	-۰.۵	۱.۹	۱۲.۴	-۱۲.۲	۱.۳	۱۴.۲	۲۶۲	۲۷۰.۳	۲۷۷.۸	-۱۶.۱	۰	۱۶.۳
مقدار پاسخ بدست آمده بهینه در آزمایشات عملی	۳.۱۷	۱.۸۶	۰	۰.۰۲۸	۰	۰	۱۰	-۱۰	۰	۱۰	۲۶۰	۲۷۰	۲۸۰	-۲۰	۰	۲۰

جدول ۱۵- نتایج تئوری و عملی بهینه سازی بر اساس رویکرد دوم

فاکتورهای کنترل	$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$															
مقدار بهینه فاکتورهای کنترل (رویکرد دوم)	$(-۰.۴۹, ۰.۹۰, ۰.۹۷, -۰.۸۹, ۱.۰۰)$															
پاسخها	$Y_{1M}$		$Y_{1m}$		$Y_{2M}$		$Y_{2m}$		$Y_{3M}$		$Y_{3R}$		$Y_{4M}$		$Y_{4R}$	
مقدار پاسخهای بهینه بدست آمده از مدل	۳.۴۰	۲.۳۸	۰	۰.۰۱۷	۰	۰.۴۳	۱۱.۶	-۱۱.۸	۱.۱	۱۲.۲	۲۶۱.۴	۲۷۰	۲۷۹	-۱۸.۲	۰	۱۷.۵
مقدار پاسخ بدست آمده بهینه در آزمایشات عملی	۳.۲۳	۱.۷۲	۰.۰۱	۰.۰۱۹	۰	۰	۱۰	-۱۰	۰	۱۰	۲۶۰	۲۷۰	۲۸۰	-۲۰	۰	۲۰

### ۸- نتیجه گیری و اعتبار سنجی مدل

فرآیند تزریق فوم در تولید یخچالهای خانگی، جمع آوری گردید پس از تشکیل سطوح پاسخ برای پاسخهای کمی و کیفی، دو رویکرد برای محاسبه مطلوبیت پاسخهای کیفی پیشنهاد گردید که جوابهای بهینه با استفاده از الگوریتم ممتیک پیشنهادی و در چارچوب تابع مطلوبیت برای هر دو رویکرد به دست آمد. نتایج به دست آمده از آزمایشات عملی، عملکرد روش پیشنهادی را تأیید می کند. همان طور که انتظار هم می رفت، جوابهای به دست آمده از رویکرد دوم به مقادیر واقعی (به دست آمده از آزمایشات واقعی) نزدیک تر است. اما نتایج هر دو رویکرد در بازه قابل قبول می باشد.

در این مقاله از یک الگوریتم ترکیبی در حل مسائل چند پاسخی استفاده گردید. این الگوریتم، یک الگوریتم ممتیک می باشد که ترکیبی از یک الگوریتم جستجوی محلی و الگوریتم ژنتیک است. الگوریتم جستجوی محلی استفاده شده روش هوک و جیو با استفاده از حرکات گسسته می باشد که بهینه محلی مسائل را در حالت پیوسته به دست می آورد. در این مقاله رویکردی برای تعامل پاسخ های کیفی با پاسخهای کمی در بهینه سازی مسائل چند پاسخی ارائه گردید. برای بررسی روش پیشنهادی برای پاسخهای فازی با در نظر گرفتن تأثیر مکان و پراکندگی آنها، داده های از

## منابع :

- Optimization. Journal of Quality Technology, 1996. **28**(3): p. 337-345.
- [13] Leon, N.A., A Pragmatic Approach to Multiple-response Problem Using Loss Function. Quality Engineering, 1996-97. **9**(2): p. 213-220.
- [14] Vining, G.G. and R.H. Myers, combining Taguchi and Response surface philosophies: A dual Response Approach. Journal of Quality Technology, 1990. **22**: p. 38-45.
- [15] Kim, K.J., Lin, D. K. J., Optimization of Multiple Responses Considering both Location and Dispersion Effects. European Journal of Operation Research, 2004. **169**: p. 133-145.
- [16] Cheng, C.-B., Process Optimization by Soft Computing and Its Application to a Wire Bonding Problem. International Journal of Applied Science and Engineering, 2004. **1**: p. 59-71.
- [17] Ortiz, F., J.R. Simpson, and J.J. Pignatiello, A Genetic Algorithm Approach to Multiple-Response Optimization. Journal of Quality Technology, 2004. **36**(4).
- [18] Kim, K.J., Lin, D. K. J., Optimization of Multiple Responses Considering both Location and Dispersion Effects. European Journal of Operation Research, 2006. **169**: p. 133-145.
- [19] D'Urso, p., Linear regression analysis for fuzzy/crisp input and fuzzy/crisp out put data. computational statistics & data analysis, 2003. **42**: p. 47-72.
- [20] Digalskis.J and K.Margarities, Meta-heuristics Algorithms. 2001.
- [21] Areibi, S., M. Moussa, and H. Abdullah, A Comparison of Genetic/Memetic algorithms and other heuristic serach techniques. ۲۰۰۰, ontario: University of Guelph.
- [1] اصغرپور، م.ج.، تصمیم گیری‌های چندمعیاره. ۱۳۸۱.
- [2] Montgomery, D.C., Design and Analysis of Experiments. 5 ed. 1997, New York: John Wiley & Sons.
- [3] Pasandideh S. H. R and A.N.S. T, Multi-response simulation optimization using genetic algorithm within desirability function framework. Applied Mathematics and Computation, 2006. **175**: p. 366-382.
- [4] Lind, E., J. Goldin, and J. Hichman, Fitting yield and cost response surface. Chemical Engineering Progress, 1960. **56**: p. 62-68.
- [5] Del Castillo, E. and D.C. Montgomery, A Nonlinear Programming Solution to the Dual Response Problem. Journal of Quality Technology, 1993. **25**: p. 199-204.
- [6] Myers, R.H. and W.H. Carter, Response surface techniques for dual response systems. Technometrics, 1973. **15**: p. 301-317.
- [7] C.A.Coello Coello, An updated survey of GA-based multi-objective optimization techniques. ACM Computing Surveys, 2000. **32**: p. 109.143.
- [8] N.E. Hartmann and R.A. Beaumont, Optimum compounding computer. Journal of the Institute of the Rubber Industry, 1968. **2**: p. 272-275.
- [9] Harrington, E.C., The Desirability Function. Industrial Quality Control, 1965: p. 494-498.
- [10] Derringer, G. and R. Suich, Simultaneous Optimization of Several Response Variables. Journal of Quality Technology, 1980. **12**: p. 214-219.
- [11] Khuri, A.I. and M. Conlon, Simultaneous Optimization of Several Responses Represented by Polynomial Regression Functions. Technometrics, 1981. **23**: p. 363-375.
- [12] Del Castillo, E., D.C. Montgomery, and D.R. McCarville, Modified Desirability Functions for Multiple Response